

USSCD: 一个基于均匀空间分割的 快速碰撞检测算法

李焱 卢晓军 贺汉根

(国防科技大学机电工程与自动化学院自动化所, 长沙 410073)

摘要 对于存在大量运动物体的虚拟环境, 碰撞检测往往成为影响系统计算效率的瓶颈, 为提高多体碰撞检测的效率, 提出了一个基于均匀空间分割的快速多体碰撞检测算法 USSCD. 该算法首先将物体空间均匀分割成一系列单元格, 然后在每个单元格, 通过基于 AVL 排序的扫描排除法进行碰撞检测. 同时依据物体的分布密度, 提出了一个计算单元格尺寸的优化方法. 通过一系列实验, 测试了 USSCD 算法的性能, 并与 I-COLLIDE 算法进行比较. 实验结果表明, 在均匀分布条件下, 当物体数量较大时, USSCD 的效率高于 I-COLLIDE 算法, 而且, USSCD 算法的效率基本不受物体运动相关性的影响.

关键词 人工智能(520·20) 虚拟环境 碰撞检测 空间分割

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)12-1444-06

USSCD: A Fast Collision Detection Algorithm Based on Uniform Spatial Subdivision

LI Yan, LU Xiao-jun, HE Han-gen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract In complex virtual environment, where there are massive moving objects, collision detection would become the bottle-neck of system performance. To promote the computation efficiency in such case, a fast N-body collision detection algorithm, USSCD, is proposed, which is based on uniform spatial subdivision. In this algorithm, the computation complexity is reduced with a hybrid scheme, first, the object space is uniformly subdivided into a series of voxels; then, collision detection, based on the scheme of sorting-based sweep and prune, is performed within each voxel. Based on distribution density of objects, an optimal method is proposed to compute the size of voxels in uniform space subdivision, for a special class of collision detection algorithms, this method can lead to minimum computation complexity. USSCD was implemented, and compared with I-COLLIDE through a serial of tests. The results show that USSCD is superior in performance when massive objects are uniformly distributed. Moreover, the performance of USSCD is more stable than that of I-COLLIDE in consideration of variable correlation between objects.

Keywords Virtual environment, Collision detection, Spatial subdivision

0 概述

在虚拟环境仿真中, 碰撞检测往往是系统计算效率的瓶颈. 在复杂的虚拟环境中, 对于同时存在大量的运动物体的情况, 降低碰撞检测计算的复杂性对于保证系统计算的实时性具有重要的意义. 设环

境中存在 n 个运动物体, 如果对每个物体, 都要与其他 $(n-1)$ 个物体进行两两碰撞检测, 那么 n 个运动物体间的碰撞检测的计算复杂度为 $O(n^2)$, 当 n 较大时, 这将成为系统计算的瓶颈. 加速多体碰撞检测可以从两个方面考虑: 一是利用物体的运动参数(如速度、加速度), 通过预估碰撞时间, 在时间域上减少不必要的碰撞检测次数; 二是利用物体间的空间相

关性,减少相距较远的物体间的两两碰撞检测.基于这两种思想,加速多体碰撞检测的方法主要有时序调度方案(Scheduling Scheme)^[1]、基于排序的扫描排除方法(Sorting-based sweep and prune)^[2],以及基于空间分割的方法(Spatial subdivision)^[3,4]3种.

在Cohen等人研制的I-COLLIDE碰撞检测系统中^[2],采用了基于插入排序的扫描排除方法.算法的基本思想是用轴向对齐包围盒(Axis Aligned Bounding Box, AABB)作为物体的近似,通过判断AABB是否相交,来决定是否对两个物体进行精确的碰撞检测,对于AABB不相交的物体,肯定不会发生碰撞,因此排除于碰撞检测之列,从而减少参与碰撞检测物体的数量.为了快速地判断物体的AABB是否相交,将AABB按相邻关系进行排序,然后以扫描的方式对相邻的AABB进行求交.由于在三维空间难以进行排序,因此算法采用投影的方式进行降维处理.I-COLLIDE算法采用插入排序方法,可以有效地利用物体间运动的相关性,降低算法的计算复杂性.实践表明I-COLLIDE算法是一种高效的多体碰撞检测算法,尤其当物体间的运动具有较强的时间相关性时,算法可获得接近 $O(n)$ 的计算效率.

考虑到碰撞只是在邻近的物体之间发生,基于空间分割来加速碰撞检测的基本思想是,对整个场景空间 Δ ,沿 x, y, z 轴进行分割,形成一系列单元格(voxel,或称为体元).碰撞检测只在同处于一个单元格内的物体之间进行.在碰撞检测应用中,常用的空间分割方法包括:均匀空间分割、八叉树(Octree)分割,以及二叉树(BSP)分割等,其中尤以均匀空间分割用得最多.均匀空间分割的基本思想是分别沿 x, y, z 轴进行等间隔分割,由此形成大小相等的一系列单元格.Turk面向分子对接(molecular-docking)仿真,提出了两种基于均匀空间分割的碰撞检测算法^[4].在Kim等人提出的针对多个运动球体的快速碰撞检测方法中^[3],采用了一种分层均匀空间分割方法.均匀空间分割遇到的关键问题是确定适当的单元格尺寸,如果单元格的尺寸选择不当,算法的计算开销会较大.

1 单元格尺寸计算方法

均匀空间分割的关键是单元格大小的确定,单元格过大,单元格内物体的数量较多,将导致单元格内的碰撞检测效率较低;反之,单元格过小,单元格

的数量 m 较大,将降低算法的存储效率和结构的更新效率.在基于均匀空间分割的碰撞检测中,每个单元格都要保存一个与其相交的物体的数据结构(列表或二叉树).当 m 较大时,这将造成很大的存储开销;此外,如果在单元格内采用快速碰撞检测算法(如扫描排除法),那么往往需要维持一个复杂的数据结构(如二叉树),对于动态的环境,必须要考虑更新单元格内数据结构计算复杂性.总之,采用基于均匀空间分割的多体碰撞检测方法,计算复杂性由单元格内的碰撞检测计算复杂性和单元格数据更新的计算复杂性两方面构成,单元格尺寸的确定需要综合考虑静态碰撞检测效率、存储效率,以及数据更新效率等因素.

对于物体数量众多、大小比较均匀、单个物体的体积相对于整个物体空间较小的情况(比如微粒沉淀仿真、分子运动仿真等),在考虑物体的空间分布时,可以忽略物体的尺寸和形状,而只考虑其位置.因此,可以将物体抽象为三维空间中的点,用特征点(如中心、局部坐标系原点)来表示物体.

为了计算单元格更新的计算复杂性,需要统计移出/移入单元格的物体数量,为此,引入单元格边界域的概念.所谓单元格的边界域,是指包围单元格边界的空间区域.单元格是由分别平行于3个坐标平面的6个面构成,对应于单元格某个面的边界域是以该平面为中心,以边界带宽为厚度的长方体区域,如图1所示(图中阴影部分为边界域).用分布于单元格边界域内物体的数量作为移出/移入的物体数量的上限.

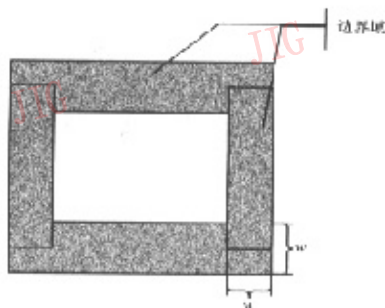


图1 边界域示意图

设一个三维空间域为 D_0 , D_0 上的点分布密度为 $p(v)$, $v(x, y, z)$ 为空间中的一点.假设 D_0 内的点服从均匀分布,即: $\forall v(x, y, z) \in D_0, p(v) = \delta_0$. 设 D_0 上的一个划分为 D_1, D_2, \dots, D_m , 满足

$$D_0 = \bigcup_{j=1}^m D_j, \text{ 且 } \forall j, k, j \neq k, D_j \cap D_k = \emptyset$$

其中, m 为单元格的数目; D_0 上的点分布为 N_0 , 每个单元格 D_j 上的点分布为 N_j , 满足: $N_0 = \sum_{j=1}^m N_j$.

设单元格 D_j 的边界域为 D_{b_j} , 则其边界域上的点分布为 $N_{b_j} = \int_{D_{b_j}} p(v) dv$.

令 D_0 上的碰撞检测计算量为 F , 单元格内部碰撞检测计算量为 F_i , 单元格更新计算量为 F_u , 则有

$$F = F_i + F_u, F_i = \sum_{j=1}^m F_{i_j}, F_{i_j} = \sum_{j=1}^m F_{u_j}$$

其中, D_j 上的碰撞检测计算量为 F_{i_j} , D_j 的更新计算量为 F_{u_j} , $j=1, 2, \dots, m$.

假设, 在单元格内采用某种碰撞检测算法, 使得

$$F_{i_j} = N_j \cdot \log_2 N_j, \text{ 则有 } F_i = \sum_{j=1}^m N_j \cdot \log_2 N_j$$

$$F_{u_j} = O(N_{b_j} \cdot \log_2 N_j), \text{ 则有 } F_u = \sum_{j=1}^m N_{b_j} \cdot \log_2 N_j$$

$$\text{可得 } F = \sum_{j=1}^m (N_j + N_{b_j}) \cdot \log_2 N_j \quad (1)$$

不失一般性, 假设 D_0 为正方体, D_0 的尺寸为 L , 单元格的数目为 m , 单元格的尺寸为 l , 边界带宽为 w (w 由物体的平均尺寸决定), 单元格的体积为 v_j , 边界域的体积为 v_{b_j} , 则有

$$v_j = l^3 = v_0/m, v_{b_j} = 6l^2w, v_0 = L^3, m = L^3/l^3, l = L/m^{1/3}$$

$$N_j = v_j \cdot \delta_0 = N_0/m, N_{b_j} = v_{b_j} \cdot \delta_0, N_0 = v_0 \cdot \delta_0$$

根据式(1), 有

$$F = \sum_{j=1}^m (N_j + N_{b_j}) \log_2 N_j \\ = m \cdot (l^3 + 6l^2w) \delta_0 \log_2 (l^3 \delta_0)$$

可推得

$$F = N_0 \cdot \left(1 + \frac{6w}{l}\right) \cdot (3\log_2 l + \log_2 \delta_0) \quad (2)$$

对式(2)进行求导

$$F'(l) = \frac{3N_0}{l^2} (l + 6w - 6w\log_2 l - 2w\log_2 \delta_0)$$

令

$$G(l) = l + 6w - 6w\log_2 l - 2w\log_2 \delta_0$$

可得

$$G'(l) = 1 - 6w/l$$

当 $l=6w$ 时, $G(l)$ 取得最小值

$$G_{\min} = 2w(6 - 3\log_2 6w - \log_2 \delta_0)$$

当 $6 - 3\log_2 6w - \log_2 \delta_0 \geq 0$ 时, $F'(l) \geq 0$, $F(l)$ 随 l 单

调递增, 令 l 取最小值

$$l_{\min} = 2w \quad (3)$$

当 $6 - 3\log_2 6w - \log_2 \delta_0 < 0$ 时, $G(l)$ 有 2 个零点, 易知, 在 $G(l)$ 的第 2 个 (较大的) 零点处, $F(l)$ 取极小值. 可以通过数值计算方法求得该零点 l_0 , l_0 满足 $l_0 \geq 6w$, 取

$$l = l_0 \quad (4)$$

2 快速碰撞检测算法 USSCD

在 USSCD 中, 单元格内的碰撞检测采用类似于文献[2]的扫描排除法 (Sweep and Prune). 首先将物体的 AABBs 向 3 个坐标轴 (x, y, z) 进行投影, 对于凸多面体, 其轴向投影为一段区间, 分别对 3 个轴向的投影区间的端点进行排序, 然后, 依序对投影区间端点进行扫描, 完成交叠检测. 所不同的是, USSCD 采用了基于平衡二叉树 (AVL 树) 的二分插入排序法, 这种方法保证排序算法的计算复杂性为 $O(n \log n)$.

设包围体的最大边长为 R_{\max} , 令边界带宽 $w = R_{\max}$. 当物体分布密度比较稀疏时, 根据式(3), 取 $l = l_{\min} = 2w = 2R_{\max}$. 而当物体分布比较密集时, 根据式(4), 通过数值计算的方法确定一个优化的单元格尺寸.

在预处理阶段, 对于每个单元格, 计算出所有与其相交的 AABBs. 一个 AABB 与单元格相交的充分必要条件是: AABB 在 3 个轴向上的投影都与单元格的投影区间相交. 在扫描排除方法中, 需要对每个单元格中的物体进行排序. 这里通过构造 AVL 树实现排序过程. 设一个 AABB 在 X 轴上的投影区间为 $[x_L, x_R]$, 其中 x_L 和 x_R 是投影区间的边界点, 算法将这些边界点按大小进行排序, 形成序列, 这个序列以 AVL 树表示.

在每个计算周期, 由于物体的运动, 单元格中的数据需要进行更新. 导致单元格内数据更新的事件有 3 种, 对应的操作如下:

- (1) 原有物体移出单元格, 对应数据结构的删除操作;
- (2) 新物体移入单元格, 对应数据结构的插入操作;
- (3) 物体投影的相对位置发生变化, 对应数据结构的排序调整操作.

数据更新的思路是: 在每个计算周期, 首先重新分配每个 AABB 给对应的单元格, 然后在每个单元

格重新建立数据结构.算法主要包括物体分配和物体排序两个步骤,物体分配的任务是重新确定各个物体的 AABB 的归属.分配过程以单元格为单位依次进行.分配过程结束以后,对每个单元格中的物体进行排序(通过投影排序).对于一个单元格,其数据更新主要通过通过对原有的 AVL 树进行删除、调整,和插入操作完成.

3 实验及其结果

为了验证 USSCD 算法的性能,以微粒沉淀仿真试验为背景,采用球体作为碰撞检测对象,对 USSCD 和 I-COLLIDE 进行了一系列对比实验.在实验中令物体随机地均匀分布在一个立方体空间中,而且物体的尺寸基本相同.虚拟环境如图 2 所示.

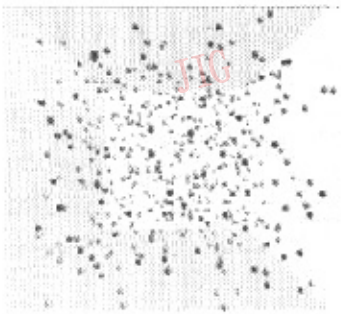
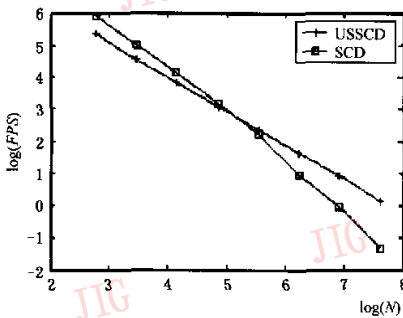


图 2 微粒实验仿真环境



(a)

在实验中将 USSCD 和 I-COLLIDE,以及未采用空间分割的 AVL 排序扫描法(简称为 SCD)进行了比较.由于影响碰撞检测效率的两个重要因素是物体的空间分布密度和物体的平均运动速度,其中,分布密度反映了物体之间的空间相关性,而运动速度反映了物体间的时间相关性.因此,在实验中,分别考察了分布密度和运动速度变化对这 3 个算法(USSCD、SCD、I-COLLIDE)效率的影响.

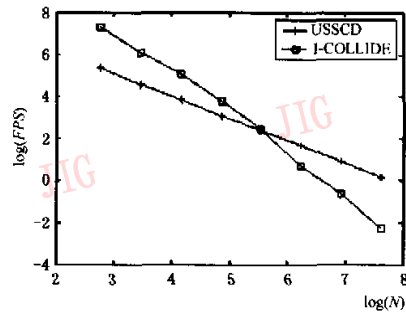
实验 1 复杂性测试实验 在物体的分布密度和运动速率保持不变的情况下,测试碰撞检测效率同物体数量变化之间的关系.

实验 2 空间相关性测试 在物体的数量和运动速度保持不变的情况下,测试碰撞检测效率同物体空间尺寸变化之间的关系.

实验 3 时间相关性测试 在物体的数量和分布密度保持不变的情况下,测试碰撞检测效率同物体运动速率变化之间的关系.

设物体的数量为 N ,物体空间的尺寸为 L ,则分布密度表示为 $\delta = N/L^3$.在实验中,让物体以一定的速率 SPEED,在随机方向上进行运动.碰撞检测算法的效率由一段时间内的平均帧频率 FPS 来度量.设在 Δt 时间内,碰撞检测执行了 n 次,则 $FPS = n/\Delta t$.这里, Δt 只包含碰撞检测部分的计算时间.

首先,根据复杂性测试数据,分别将 USSCD 同 SCD 和 I-COLLIDE 进行比较,如图 3 所示.



(b)

图 3 复杂性效果分析图

从图 3(a)可看出,当 N 比较小时,SCD 的速度要高于 USSCD,而随着 N 的增加,两种算法的速度都呈下降趋势,而 SCD 下降的速度较 USSCD 要快.这说明,当 N 较小时,空间分割所带来的计算开

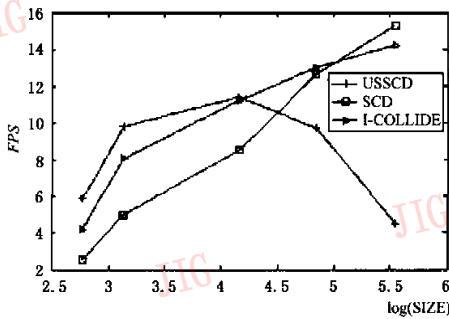
销大于其在每个单元格内所产生的效益,因而降低了碰撞检测的效率;而当 N 较大时,空间分割所带来的单元格内的效益明显高于其引入的计算开销,所以较之 SCD 表现出较高的效率.如果近似将两条

曲线视为直线,则从直线的斜率可以看出,USSCD 的计算复杂性要优于 SCD. 在图 3(b)中,USSCD 同 I-COLLIDE 的关系同图 3(a)中相似,所不同的是,I-COLLIDE 算法的速度随 N 的增加而下降的速度更快,USSCD 的计算复杂性优于 I-COLLIDE,这一方面是由于空间分割的作用,另一方面是由于采用 AVL 排序方法的缘故.

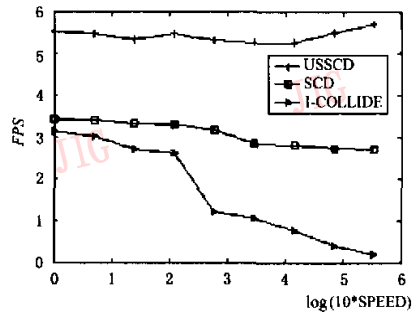
在图 4(a)中,比较了物体分布密度变化对 3 种算法效率的影响. 在物体数量一定的情况下,空间尺寸越大则分布密度越小. 从图中可以看出,在一定范围内,密度的减小将增加 USSCD 的速度. 但密度小到一定程度后,USSCD 的速度将随着空间尺寸的增加而降低. 这是因为,在运动速度一定的情况下,密度越小,对排序算法而言,物体的相对位置变化越少,因而减小了排序的计算开销;同时,物体之间距离的增加,将降低物体间碰撞的概率,因此减小了扫描过程的计算开销. 密度减小,从排序和扫描两个方面提高了碰撞检测的效率,但是,密度小到一定程度

后,空间分割的单元格尺寸不变,随着空间尺寸的增加,单元格的数量呈指数倍增加(单元格数量同空间体积成正比),由于单元格增加而引入的计算开销降低了 USSCD 的效率. 由于没有单元格增加的负面影响,SCD 和 I-COLLIDE 的速度将随着密度的减小而提高.

在图 4(b)中,比较了物体运动速度变化对 3 种算法效率的影响. 从图中可以看出,随着物体运动速率的增加,SCD 和 I-COLLIDE 的效率都有不同程度的降低,而 USSCD 则没有明显的变化;物体运动的方向是随机的,因此,物体运动速率的增加减少了物体运动的时间相关性;USSCD 算法效率基本不受物体运动的时间相关性的影响,而 I-COLLIDE 算法由于采用了递增式的碰撞检测,算法效率依赖于物体运动的时间相关性,当相关性较低时,算法效率明显降低;排序算法在一定程度上受物体运动时间相关性的影响,但是对于基于 AVL 的排序算法而言,这种影响不大.



(a) 物体分布密度对算法效率的影响



(b) 物体运动速度变化对算法效率的影响

图 4 相关因素效果分析图

4 结论

实验表明,当待检测物体数量较多时,USSCD 的碰撞检测效率相对 I-COLLIDE 算法较高. 同时,对同种扫描排除方法,空间分割表现出优越性. USSCD 算法的效率基本不受物体运动的时间相关性的影响. 但是对物体分布密度较低的情况,USSCD 的效率将随着物体空间增大而降低. USSCD 算法适用于待检测物体数量众多且分布均匀的情况,算法效率与物体运动的时间相关性无关. 但是,当物体分布密度较低时,USSCD 算法同扫描排除法相比不具有优势. 对于物体非均匀分布,以及

物体分布呈动态变化的情况,如何根据物体分布密度进行空间分割并动态更新是一个有待深入研究的问题.

参考文献

- 1 Lin M C. Efficient collision detection for animation and robotics [D]. Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley, December 1993.
- 2 Cohen Jonathan D, Lin M C, Manocha Dinesh, et al. I-COLLIDE: An interactive and exact collision detection system for large-scale environments [A]. In: Proceedings of the Symposium on Interactive 3D Graphics[C], ACM, New York, NY, USA. 1995:189~196.
- 3 Kim D J, Guibas L J, Shin S J. Fast collision detection among

multiple moving spheres[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1998, 4(3): 230~242.

- 4 Turk G. Interactive collision detection for molecular graphics [D]. Computer Science Department, University of North Carolina at Chapel Hill, 1989.



李 焱 1973 年生, 1995 年于原国防科技大学自动控制系获自动控制专业硕士学位, 2002 年于国防科技大学机电工程与自动化学院获控制科学与工程专业博士学位, 现任国防科技大学机电工程与自动化学院讲师, 研究方向为机器人控制、虚拟现实、虚拟人。



卢晓军 1977 年生, 2000 年于国防科技大学机电工程与自动化学院获自动控制专业学士学位, 作为硕博连读研究生, 现攻读国防科技大学机电工程与自动化学院博士学位, 研究方向为虚拟现实、计算机图形学。



贾汉根 1943 年生, 博士生导师, 1968 年于原哈尔滨军事工程学院核物理系获学士学位, 现任国防科技大学机电工程与自动化学院教授, 研究方向为智能系统、虚拟现实。

HP Designjet 5500 大幅面打印机在测绘行业的应用

随着测绘科学技术的发展和进步, 大幅面打印机成了测绘领域必不可少的输出设备。工作在中国测绘科学研究所的贾工程师深有体会的谈到。以前在测绘行业提到制图工作, 没有人不说辛苦的, 但这又是测绘工作中一个极其重要的环节, 需要制图人员具有极大的耐心和细心。而现在有了大幅面打印机的出现, 大大地提高制图效率的同时, 也让制图人员享受到了科技带来的轻松。

贾工程还谈到: 虽然出现了以计算机屏幕和投影大屏幕为媒介的电子地图, 但他认为, 纸质地图仍是测绘数据一种不可取代的表达和利用形式, 大幅面打印机也仍是测绘行业不可缺少的输出设备。他举例说, 首先, 电子地图的使用要依赖专门的设备, 在野外实地勘察、测量的环境下, 很难发挥作用, 而纸质地图的使用则不需要; 其次, 电子地图由于受计算机屏幕尺寸和屏幕分辨率的限制, 整幅地图显示的效果受影响, 以分块分层显示为主, 而传统纸质地图以图幅为单位整页出版印刷, 幅面大, 读图的整体印象深刻, 地理要素相互之间的关系明白清楚。

在选择大幅面打印机时, 贾工程师最关心的是打印的精确度。HP Designjet 5500 大幅面打印机, 就是看重了它走纸精确度高, 打印精度误差在千分之二以内。测量成果中的一个数字数据的错误, 都能造成严重后果。如果没有精确的测绘成果和地形图, 工程建设就不能保证选址、设计的经济合理; 地质勘探也无法找到地下矿产资源的准确位置。HP Designjet 5500 将这种失误减少到最低, 输出线条的最小宽度能够达到 0.002 英寸, 线条细腻、清晰、边角锐利; 打印出的色彩均匀、自然、精准度高, 特别是自动闭环色彩校准系统可以确保从第一次到最好一次打印的色彩都均匀一致, 准确地表现出地图中以色块区分的不同数据。

利用 HP Designjet 5500 大幅面打印机, 对于专业从事测绘工作的单位来说, 日常输出量大, 需要机器长时间不间断运转也是家常便饭, 对打印机的负荷和工作效率提出了非常高的要求。HP Designjet 5500 拥有 128MB 的内存和 40G 的硬盘, 数据传输速率高达 4.5MB/s, 数据处理速度提升了 20%, 最大模式下的打印速度可达到 569 平方英尺/小时。其强大的重复打印功能也是测绘制图的得力助手, HP Designjet 5500 配备的 680 毫升的大容量墨盒, 可长时间的无人值守打印, 大容量的硬盘上可以用 web 文件发送工具进行保存和维护, 即使在打印机电源关闭的时候, 存储的文件也不会丢失, 能够随时恢复打印, 方便随时地进行重复打印, 也省去了文件重新发送的时间。

HP Designjet 5500 灵活性的另一点就是其智能特性, 在 UNIX、Linux、Mac OS 和 Windows 环境下能够适应各种操作平台和工作环境。